7장. 에너지 보존

7.1 분석 모형: 비고립계(에너지)

7.2 분석 모형: 고립계(에너지)

7.3 분석 모형: 정상 상태의 비고립계(에너지)

7.6 일 률

비고립계와 고립계

계에 저장되는 에너지의 형태

운동에너지 : 계를 구성하는 요소들의 운동과 관련

위치에너지 : 계를 구성하는 요소들의 배열과 관련

내부에너지 : 온도와 관련

고립계 : 계가 환경과 어떠한 작용도 하지 않는 계. 에너지가 계의 경계를 넘을 수 없다. 고립계의 전체 에너지는 일정하다. (에너지 보존 법칙)

비고립계 : 환경과의 상호작용으로 계의 에너지가 변한다

Ex) 물체에 외부로부터 힘이 작용할 때 물체의 운동 에너지가 변한다.

⇒비고립계(nonisolated system) 의 예

7.1 비고립계 (에너지)
Analysis Model: Nonisolated System (Energy)

에너지 전달 방법

(a) 일 (work)

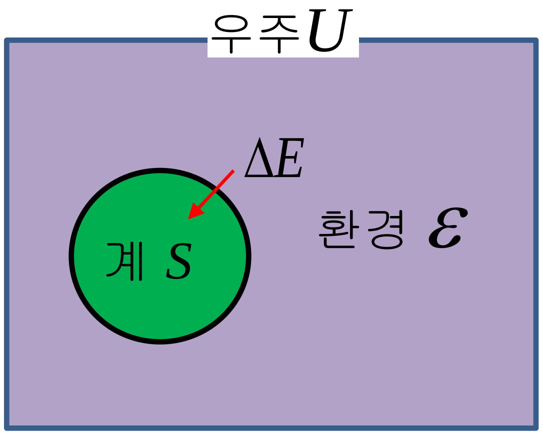
(b) 역학적인 파동(mechanical waves)

(c) 열(heat)

(d) 물질 전달(matter transfer)

(e) 전기송전 (electrical transmission)

(f) 전자기 복사(electromagnetic radiation)



(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

(f)

고립계의 에너지는 생성되거나 소멸되지 않고 형태만 바뀔 뿐 그 양은 보존된다.

어느 계의 전체 에너지가 변한다면, 그 이유는 에너지가 계의 경계를 넘기 때문이다.

$$\boxed{\Delta E_{system} = \sum T}$$

◀ 에너지 보존

$\boldsymbol{E_{system}}$: 계의 전체 에너지로서 계에 저장 가능한 모든 에너지
운동 에너지, 위치 에너지 그리고 내부 에너지

$\boldsymbol{T}$: 어떤 전달 과정을 거치면서 계의 경계를 넘어 전달되는 에너지 양.

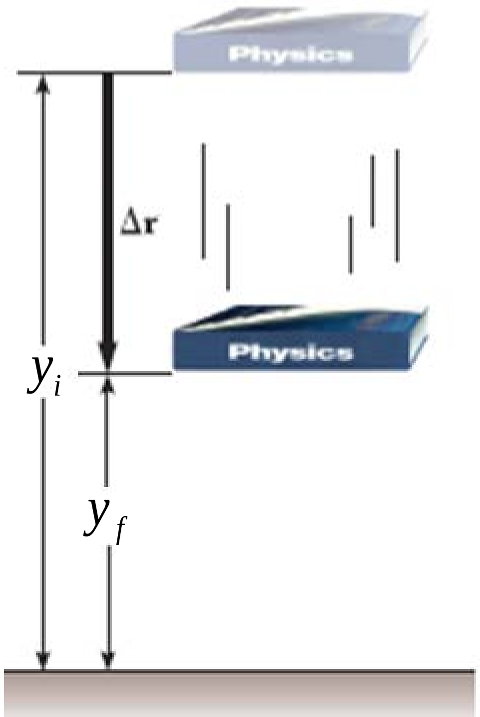
$T_{work} = W$ $T_{heat} = Q$ $T_{\text{mechanical wave}} = T_{MW}$ $T_{\text{matter transfer}} = T_{MT}$

$T_{\text{electrical transmission}} = T_{ET}$ $T_{\text{electromagnetic radiation}} = T_{ER}$

$$\boxed{\Delta K + \Delta U + \Delta E_{\text{int}} = W + Q + T_{MW} + T_{MT} + T_{ET} + T_{ER}}$$

우변이 0일 때 고립계가 된다.

7.2 고립계 (에너지)
Analysis Model: Isolated System (Energy)



$$W_{\text{on book}} = (m\mathbf{g})\cdot\Delta\mathbf{r} = mgy_i - mgy_f$$

$$W_{\text{on book}} = \Delta K \quad \Rightarrow \quad \Delta K = mgy_i - mgy_f$$

$$mgy_i - mgy_f = -(mgy_f - mgy_i) = -\Delta U_g$$

$$\Delta K + \Delta U_g = 0$$

여러 가지 위치에너지 형식에 대해 일반화하면

$$\Delta K + \Delta U = 0$$

$$\Updownarrow \qquad E_{mech} \equiv K + U$$

$$\Delta E_{mech} = 0$$

$$K_f + U_f = K_i + U_i$$

비보존력이 작용하지 않는 고립계의 역학적 에너지는 보존된다.

계 내부에 비보존력이 있으면

$$\Delta E_{mech} \neq 0 \qquad \Delta E_{system} = 0$$

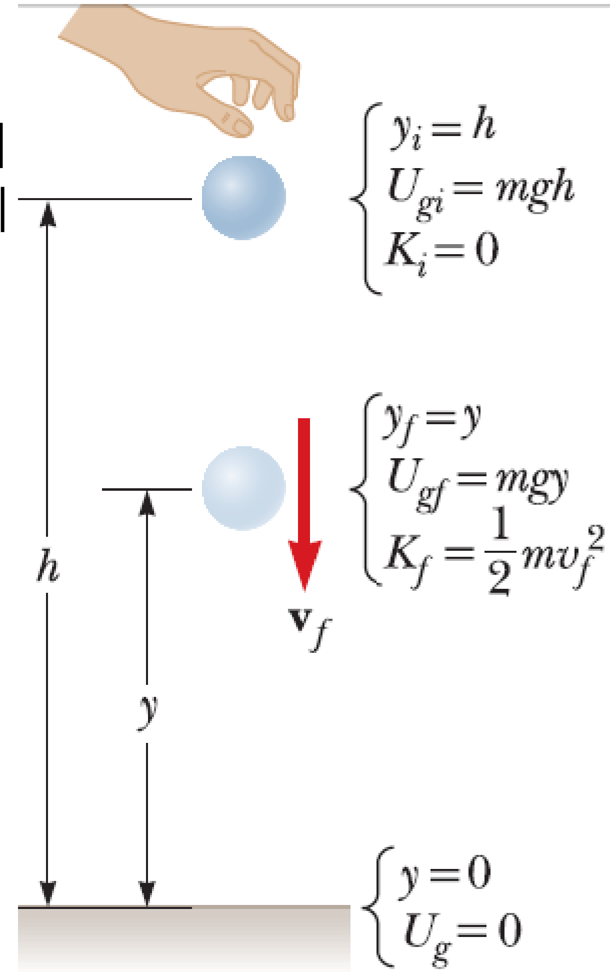
예제 7.1 자유 낙하하는 공

그림과 같이 질량이 m인 공이 지면에서 높이 h인 곳에서 떨어진다. (A) 공기 저항을 무시하고 지면에서 높이 y 에 도달할 때 공의 속력을 구하라.

$$K_f + U_{gf} = K_i + U_{gi}$$

$$\tfrac{1}{2}mv^2 + mgy = 0 + mgh$$

$$v^2 = 2g(h-y) \quad \rightarrow \quad \boxed{v = \sqrt{2g(h-y)}}$$



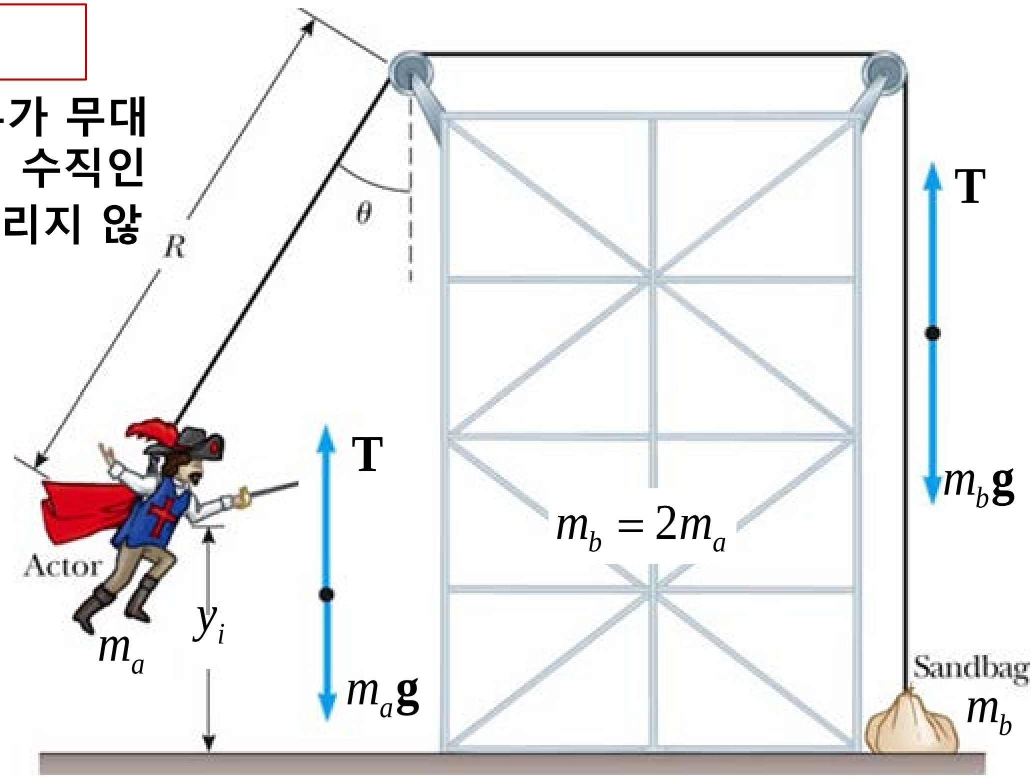
(B) 공이 처음의 높이 h에서 이미 위 방향의 처음 속력 v_i 를 가지고 있었을 경우, 높이 y 에 도달할 때 공의 속력을 구하라.

$$\tfrac{1}{2}mv^2 + mgy = \tfrac{1}{2}mv_i^2 + mgh$$

$$v^2 = v_i^2 + 2g(h-y) \quad \rightarrow \quad \boxed{v = \sqrt{v_i^2 + 2g(h-y)}}$$

예제 7 .2 배우의 무대 입장

모래주머니가 바닥에서 들리지 않도록 배우가 무대 바닥에 날아와 사뿐히 착지. 처음 철사 줄이 수직인 방향과 이룬 각도θ라 하자. 모래주머니가 들리지 않을 최대 각도를 구하라.



$$K_f + U_f = K_i + U_i$$

$$\tfrac{1}{2} m_a v_f^2 + m_a g y_f = \tfrac{1}{2} m_a v_i^2 + m_a g y_i$$

$$y_i - y_f = R - R\cos\theta$$

$$v_i = 0. \quad \Rightarrow \quad v_f^2 = 2gR(1-\cos\theta)$$

배우가 가장 낮은 위치에 있는 순간에

$$T - m_a g = m_a \frac{v_f^2}{R}$$

모래 주머니가 들리지 않는 평형 상태

$$T = m_b g$$

$$\Rightarrow \quad m_b g = m_a g + m_a \frac{v_f^2}{R}$$

$$m_b g = m_a g + m_a \frac{2gR(1-\cos\theta)}{R}$$

$$\therefore \cos\theta = \frac{3m_a - m_b}{2m_a} = \frac{1}{2}$$

$$\theta = 60^\circ$$

예제 7.3 용수철 총

용수철 상수가 미지인 용수철 총으로 용수철을 0.120m 만큼 압축하여 35.0 g의 공을 수직으로 발사하면, 용수철을 떠나는 위치부터 공을 최대 20.0m 높이까지 올릴 수 있다. **(A)**모든 저항력을 무시하고 용수철 상수를 구하라.

y:공의 위치 v:공의 속도 x: 용수철의 변위

$$y: y_i = -0.12\text{m} \rightarrow y_e = 0 \rightarrow y_f = 20.0\,\text{m}$$

$$x: x_i = -0.12\text{m} \rightarrow x_e = 0 \rightarrow x_f = 0$$

$$E_{mech} = \tfrac{1}{2}mv^2 + mgy + \tfrac{1}{2}kx^2$$

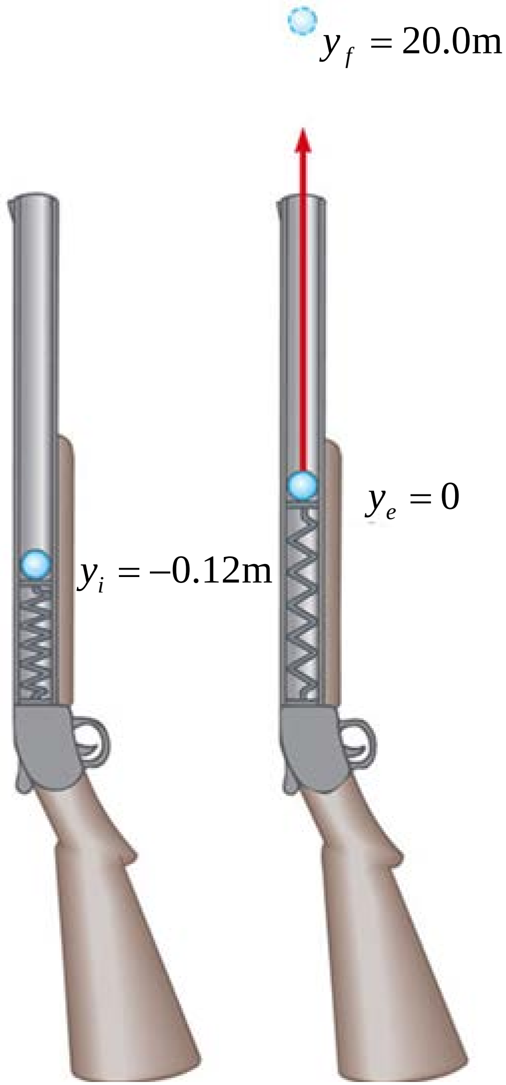
$$\Delta E_{mech} = 0 \quad \Rightarrow$$

$$0 + mgy_f + 0 = 0 + mgy_i + \tfrac{1}{2}kx_i^2$$

$$k = \frac{2mg(y_f - y_i)}{x_i^2}$$

$$k = \frac{2(0.0350\text{kg})(9.80\text{m/s}^2)[20.0\text{m} - (-0.120\text{m})]}{(0.120\text{m})^2}$$

$$= 958\text{N/m}$$



(B) 용수철의 평형 위치를 지날 때 총알의 속력을 구하라.

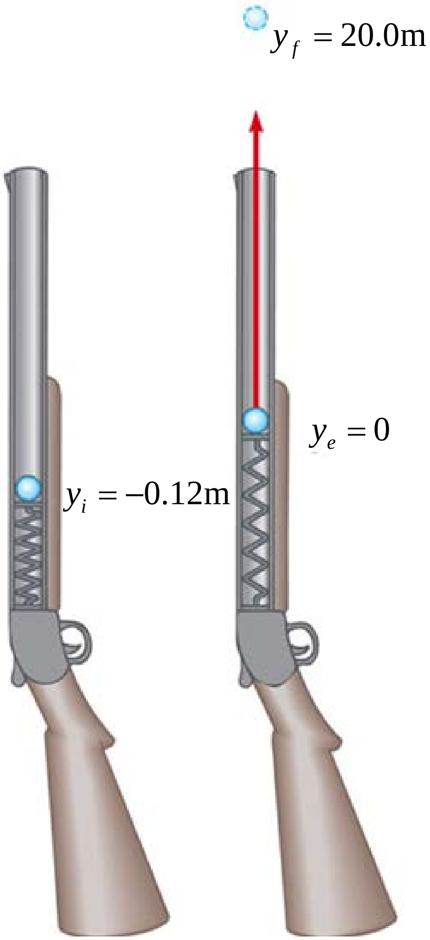
$$\tfrac{1}{2}mv_e^2 + mgy_e + \tfrac{1}{2}kx_e^2 = \tfrac{1}{2}mv_i^2 + mgy_i + \tfrac{1}{2}kx_i^2$$

$$\tfrac{1}{2}mv_e^2 + 0 + 0 = 0 + mgy_i + \tfrac{1}{2}kx_i^2$$

$$v_e = \sqrt{\frac{kx_i^2}{m} + 2gy_i}$$

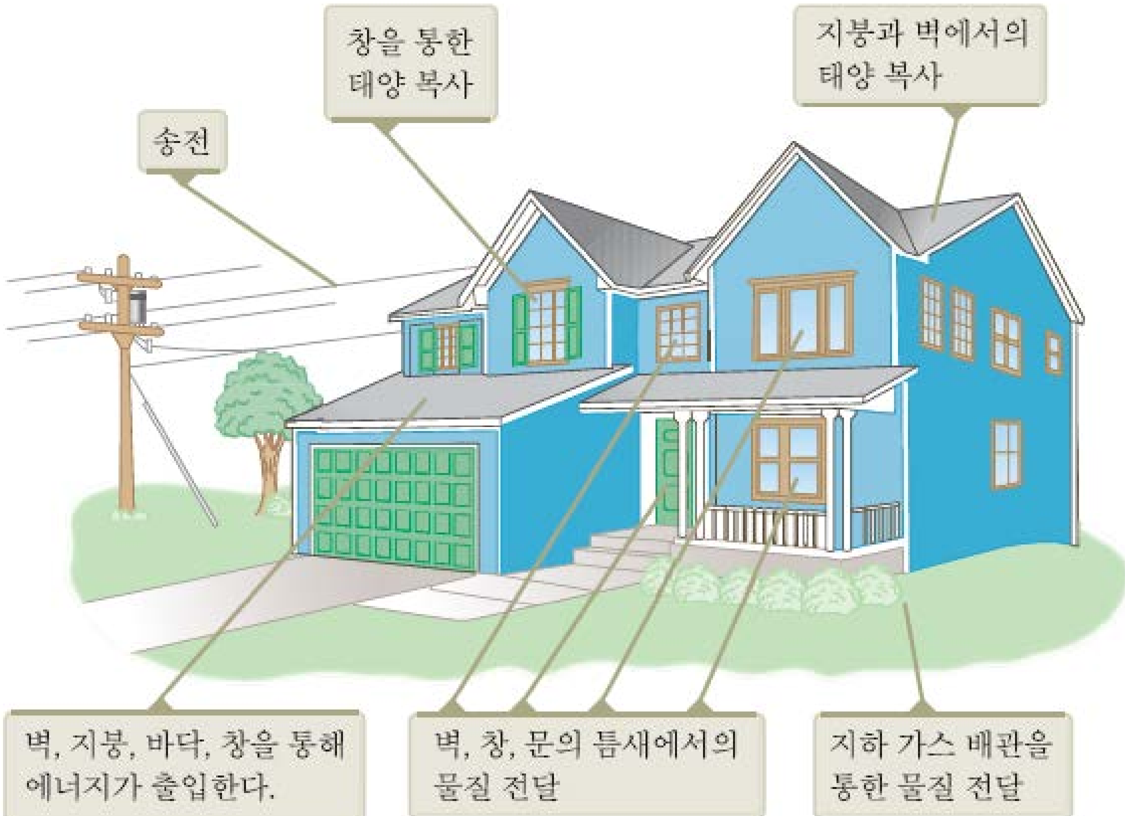
$$v_e = \sqrt{\frac{(958\text{N/m})(0.120\text{m})^2}{(0.0350\text{kg})} + 2(9.80\text{m/s}^2)(-0.120\text{m})}$$

$$= 19.8\text{m/s}$$



7.3 분석 모형: 정상 상태의 비고립계 (에너지)
Analysis Model: Non-isolated System in Steady State (Energy)

- **정상 상태의 비고립계** : 에너지가 계에 들어오는 비율이 계를 떠나는 비율과 같은 비고립계. (계의 에너지 변화 없음)
- **준 정상상태** : 거의 정상상태 but not exactly steady



- 예 : 지구-대기의 비고립계
  - 전자기파 복사를 통해 에너지가 전달 된다.
    - 주된 입력: 태양으로부터 들어오는 복사
    - 주된 출력: 대기와 지면으로부터 적외선 복사
  - 이상적인 경우 이 전달은 균형을 이뤄 지구가 일정한 온도를 유지한다.
  - 실제로는 에너지 전달은 균형이 정확히 맞는 것은 아니다.
    - 지구는 준 정상 상태에 있다.

7.6 일률 Power

평균 일률(average power)

힘 $\mathbf{F}$가 시간 Δt 동안에 물체에 한 일이 $\Delta W = \mathbf{F} \cdot \Delta \mathbf{r}$ 일 때

$$\boxed{\wp_{avg} = \frac{\Delta W}{\Delta t}}$$

순간 일률(instantaneous power)

$$\wp = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta W}{\Delta t} = \mathbf{F} \cdot \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v}$$

$$\boxed{\wp = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v}}$$

단위: $1\text{W} = 1\text{J/s} = 1\text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^3$

$$1\text{hp} = 746\text{W}$$

$$1\text{kWh} = (10^3\,\text{W})(3600\text{초}) = 3.60 \times 10^6\,\text{J}$$

예제 7.9 엘리베이터용 전동기의 일률

승강기와 전동기로 구성된 엘리베이터가 있다. 전동기가 질량 **1600kg인 승강기와 전체 질량이 200kg인 승객**을 나르고 있다. **일정한 마찰력 4000N**이 작용하여 승강기의 운동을 느리게 하고 있다. **(A)** 승객을 실은 승강기를 **일정한 속력 3.00 m/s으로** 올리려면 전동기는 얼마의 일률로 일을 해야 하는가?

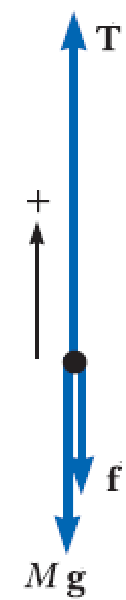
$$\sum F_y = T - f - Mg = 0$$

$$T = f + Mg$$

$$= 4.00\times10^3\,\mathrm{N} + (1.80\times10^3\,\mathrm{kg})(9.80\,\mathrm{m/s^2})$$

$$= 2.16\times10^4\,\mathrm{N}$$

$$\mathcal{P} = \mathbf{T}\cdot\mathbf{v} = Tv = (2.16\times10^4\,\mathrm{N})(3.00\mathrm{m/s}) = 6.48\times10^4\,\mathrm{W}$$



(B) 승강기를 $\boldsymbol{a}$ **= 1.00m/s²**의 가속도로 올리도록 설계되었다면 승강기의 속력이 v인 순간 전동기의 일률은 얼마인가?

$$\sum F_y = T - f - Mg = Ma$$

$$T = M(a+g) + f$$

$$= (1.80\times10^3\,\mathrm{kg})(1.00\mathrm{m/s^2} + 9.80\mathrm{m/s^2}) + 4.00\times10^3\,\mathrm{N}$$

$$= 2.34\times10^4\,\mathrm{N}$$

$$\mathcal{P} = Tv = (2.34\times10^4\,\mathrm{N})v$$

7장. 숙제 Homework problems

문제번호	관련 내용